

Modélisation de la vitesse de séchage du maïs

**Lahinirina Fridolin ANDRIAZAFIMHAZO^{1*}, Andrianelson
RAKOTOMAHEVITRA², Bertin RAMAMONJISOA¹ et Belkacem ZEGHMATI³**

¹ *Laboratoire de Physique Appliquée de l'Université de Fianarantsoa - Madagascar.*

² *Département de Sciences Exactes de l'Université de Mahajanga - Madagascar.*

³ *Laboratoire de Mathématiques Et Physique des Systèmes-Groupes de Mécanique
Énergétique à l'Université de Perpignan Via Domitia - France.*

* Correspondance, courriel : fridolinlahinirina@yahoo.fr

Résumé

Cet article consiste à présenter un autre modèle appliqué à la détermination de la vitesse de séchage du produit hygroscopique. Ce modèle est obtenu par la ressemblance entre la cinétique chimique et la cinétique de séchage. L'intérêt de ce présent travail c'est de trouver un modèle simple, facile et fiable pour caractériser la vitesse de séchage du produit. En adoptant ce modèle, nous avons obtenu un autre modèle mathématique de la cinétique de séchage du maïs. Nous validons le modèle adopté par rapport à l'autre modèle, nous observons que les résultats sont en accords.

Mots-clés : *Modèle, vitesse séchage, cinétique de séchage, produits
hygroscopiques, maïs.*

Abstract

Modelisation of the speed drying of the corn

This article consists in presenting another model applied to the determination of the speed of drying of the hygroscopic product. This model is gotten by the resemblance between the chemical kinetics and the kinetics of drying. The interest of this present work it is to find a simple, easy and reliable model to characterize the speed of drying of the product. While adopting this model, we got another mathematical model

of the kinetics of drying of the corn. We validate the model adopted in relation to the other model; we observe that the results are in agreements.

Keywords : *Model, speed drying, kinetic of drying, hygroscopic products, corn.*

1. Introduction

Dans l'état actuel de nos connaissances, l'établissement de la plupart des modèles de vitesse de séchage des divers produits relève du domaine semi empirique [1-6]. On est parfois amené à l'étudier le mécanisme de transfert de l'humidité au sein du produit qui utilise des lois universelles [7]. Ce mécanisme peut obéir à la théorie capillaire pour le produit hygroscopique [8]. On peut ainsi en déduire la formule générale donnant de la vitesse de séchage du produit. Quant à l'étude de l'influence de la température du produit, nous utilisons la loi d'Arrhénius [9]. Celle-ci est d'une application générale et est utilisée pour la prévision de la vitesse de réaction en cinétique chimique [10]. Elle set aussi appliquée avec succès au domaine de séchage [11-14]. Il n'en est pas de même pour les autres paramètres. Cette fois-ci, on est contraint d'établir des relations empiriques. Pour ce faire, il suffit d'étudier séparément l'influence de chaque paramètre sur la cinétique de séchage du produit. Chaque courbe expérimentale qui s'en déduit sera ensuite ajustée à l'aide d'une fonction reflétant le mieux le graphe obtenu. Généralement, le modèle n'est valable que dans le domaine où on l'a établi.

Nomenclature

a	: Constante de la vitesse de séchage en fonction de la température du produit	(K)
c	: Constante de la vitesse de séchage en fonction de l'humidité relative de l'air asséchant	(% ⁻¹)
$\frac{dN_t}{dt}$	: Vitesse de séchage	(kg eau.kg MS ⁻¹ h ⁻¹)
H _r	: Humidité relative instantanée de l'air asséchant	(%)
h _{re}	: Humidité relative d'équilibre de l'air asséchant	(%)

m	: Constante de séchage	(h ⁻¹)
M	: Masse initiale de l'échantillon du produit	(kg)
M _s	: Masse initiale de la matière sèche du produit	(kg)
n	: Constante de l'Henderson	
N _s	: Humidité absolue instantanée du produit	(kg eau . kg MS ⁻¹)
N _{sc}	: Humidité absolue critique du produit	(kg eau . kg MS ⁻¹)
N _{si}	: Humidité absolue initiale du produit	(kg eau . kg MS ⁻¹)
N _{se}	: Humidité absolue d'équilibre du produit	(kg eau . kg MS ⁻¹)
K	: Constante de l'Henderson	
Q	: Constante	
t	: Temps	(h)
t _s	: Temps de séchage	(h)
T _p	: Température du produit	(K)
η	: Taux d'humidité réduite	
Δt	: pas du temps	(h)

2. Matériel et méthodes

La méthode adoptée consiste l'analogie entre la cinétique chimique et la cinétique de séchage. En effet, il existe la ressemblance entre la vitesse de réaction et la vitesse de séchage. En cinétique chimique, la vitesse de réaction peut exprimer par les multiplications successives des concentrations des entités chimiques mises en jeu. Par conséquent nous exprimons par la relation (1) la vitesse de séchage du produit en fonction de ses principaux paramètres.

$$\frac{dN_s}{dt} = [E(T_p)] \cdot [F(N_s)] \cdot [H(h_r)] \quad (1)$$

Les $[E(T_p)]$, $[F(N_s)]$ et $[H(h_r)]$ représentent les vitesses de séchage du produit en fonction respectivement la température du produit, l'humidité absolue du produit et l'humidité relative de l'air asséchant.

$$[E(T_p)] = \exp\left(-\frac{a}{T_p} - b\right) \quad (2)$$

$$[F(N_s)] = \exp(-b) = \alpha \cdot (N_s - N_{se}) \quad (3)$$

$$[H(h_r)] = \exp(c \cdot h_r + d) \quad (4)$$

En cinétique de séchage, le produit est hygroscopique si le mécanisme de transfert d'eau au sein du produit est d'origine capillaire. En effet, on introduit le taux d'humidité η . Le taux d'humidité réduite n'étant d'autre que le rapport entre la quantité d'eau évaporé à un instant t donné pendant la phase de la vitesse de séchage décroissante et la quantité d'eau évaporée maximale.

$$\eta = \frac{N_s - N_{se}}{N_{sc} - N_{se}} \quad (5)$$

En outre le taux d'humidité réduite est défini aussi par la relation ci-dessous :

$$\eta = \exp(-m \cdot t) \quad (6)$$

Nous identifions les relations (5) et (6), on obtient la formulation suivante :

$$\frac{N_s - N_{se}}{N_{sc} - N_{se}} = \exp(-m \cdot t) \quad (7)$$

D'après la relation (7), nous obtenons l'humidité absolue instantanée du produit ou la teneur en eau à base sèche par la relation (8).

$$N_s = N_{se} + (N_{sc} - N_{se}) \cdot \exp(-m \cdot t) \quad (8)$$

Par définition, la vitesse de séchage est la variation par rapport au temps de l'humidité absolue instantanée du produit.

$$\frac{dN_s}{dt} = -m \cdot (N_s - N_{se}) \quad (9)$$

Nous identifions les relations (1) et (9), la constante de séchage peut exprimer de la manière suivante :

$$m = \exp\left(-\frac{a}{T_p} + c \cdot h_r + Q\right) \quad (10)$$

Avec

$$Q = \ln \alpha + d \quad (11)$$

L'humidité absolue initiale du produit est définie par la relation ci-dessous. Cette la quantité est assimilée à l'humidité absolue critique.

$$N_{si} = \frac{M_i - M_s}{M_s} \quad (12)$$

Nous adoptons la relation (13), le modèle proposé par Henderson [14] pour la détermination de la courbe de l'isotherme de désorption ainsi que l'humidité absolue d'équilibre du produit.

$$h_{re} = 100 \cdot (1 - \exp(1,8 \cdot K \cdot T_p \cdot N_{se}^n)) \quad (13)$$

3. Résultats

Nous représentons dans cette partie, les résultats obtenus par l'utilisation du modèle ci-dessus pour recalculer la vitesse de séchage de maïs. Le **Tableau 1** représente la valeur numérique de l'humidité absolue initiale du maïs. Nous adoptons cette valeur de l'humidité absolue initiale de maïs tout au long de nos calculs. Les **Tableau 2** et **Tableau 3** montrent respectivement les données de la simulation numérique pour caractériser les coefficients a , b , c , d , α et K , n . Le **Tableau 4** représente aussi les valeurs numériques des coefficients a , c , K , m , n et Q . En connaissant ces coefficients, nous avons établi l'expression de la vitesse de séchage du maïs.

Tableau 1 : Valeur numérique de l'humidité absolue initiale du maïs.

N_{si}	=	$(0,350 \pm 0,002)$	$(\text{kg eau} \cdot \text{kg MS}^{-1})$
----------	---	---------------------	---

Tableau 2 : Les données de simulation numérique calculer les coefficients a , b , c , d et α .

	T_p (K)				H_r (%)			
N_s	303	313	323	333	45	55	65	70
0,300	0,6014	0,6396	0,6675	0,6785	0,8013	0,7385	0,7051	0,6785
0,275	0,7892	0,8356	0,8672	0,9280	1,0165	1,0045	0,9527	0,9280
0,250	0,9260	0,9848	1,0436	1,1046	1,2586	1,2001	1,1328	1,1046
0,200	1,0678	1,1553	1,2441	1,3371	1,5776	1,4942	1,3931	1,3371

Tableau 3 : Les données de simulation numérique pour calculer les coefficients d'Henderson K et n .

T_p (K)	H_r (%)	N_s
333 K	50 % - 70 %	0,0914 - 0,1205 (kg eau. kg MS ⁻¹)
323 K	60 % - 70 %	0,1065 - 0,1220 (kg eau. kg MS ⁻¹)
313 K	50 % - 60 %	0,0938 - 0,1079 (kg eau. kg MS ⁻¹)

Tableau 4 : Résultats numériques des coefficients de la vitesse de séchage du maïs.

a	=	(571,38 $\pm$ 28,57)	(K)
c	=	(-0,0055 $\pm$ 0,0003)	(% ⁻¹)
Q	=	(0,4609 $\pm$ 0,0230)	
K	=	(0,1359 $\pm$ 0,0068)	
n	=	(1,9891 $\pm$ 0,0995)	
m	=	$\exp\left(-\frac{571,38}{T_p} - 0,0055 \cdot h_r + 0,4609\right)$	(h ⁻¹)

4. Discussion

La **Figure 1** représente la validation de la relation d'Henderson pour la détermination de la courbe de l'isotherme de désorption de maïs par le modèle adopté par Thompson [16] pour ce produit. On observe la bonne concordance des résultats obtenus entre les deux modèles.

La **Figure 2** représente la validation le modèle adopté par rapport au modèle de Troeger et Hukill sur l'évolution temporelle de l'humidité absolue du produit et les influences de la température du produit. Nous avons maintenus l'humidité relative de l'air asséchant à 70 % et faisons varier la température du produit (333 K, 323 K et 313 K). Nous observons que ni le modèle utilisé ni le modèle de Troeger et Hukill, la vitesse de séchage produit est une fonction croissante de la température du produit. Nous observons aussi les deux résultats sont en accord.

La **Figure 3** montre l'évolution temporelle de l'humidité absolue du produit et les influences de l'humidité relative de l'air asséchant. Nous fixons la température du produit à 333 K et nous varions l'humidité relative de l'air asséchant (70%, 60% et 50 %). Les résultats de deux modèles différents représentent, la vitesse de séchage du produit est une fonction décroissante de l'humidité relative de l'air asséchant. On observe que les résultats de deux modèles sont en accord.

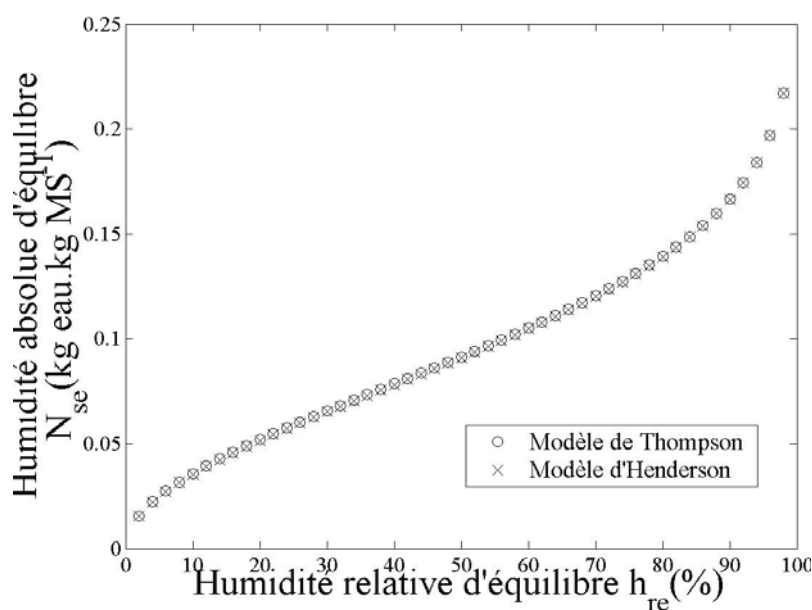


Figure 1 : Confrontation des résultats obtenus par le modèle de Thompson et le modèle d'Henderson sur la courbe de l'isotherme de désorption de maïs. ($T_p = 333K$).

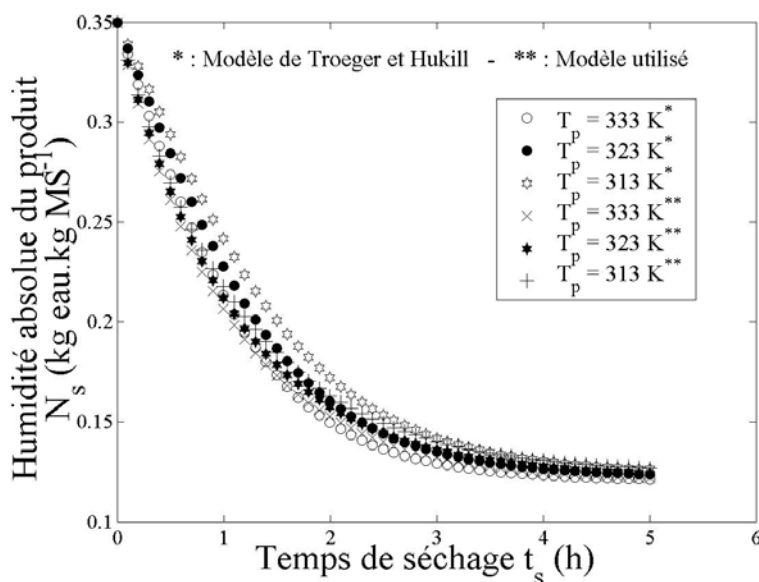


Figure 2 : Confrontation des résultats obtenus par le modèle de Troeger et Hukill et le modèle adopté sur l'évolution temporelle de l'humidité absolue du produit et les influences de la température du produit. ($h_r = 70 \%$).

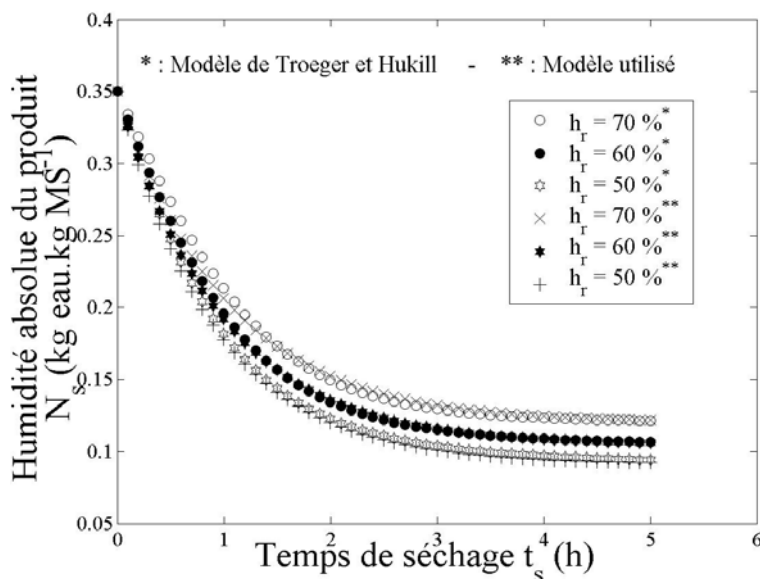


Figure 3 : Confrontation des résultats obtenus par le modèle de Troeger et Hukill et du modèle adopté sur l'évolution temporelle de l'humidité absolue du produit et les influences de l'humidité relative de l'air asséchant ($T_p = 333 \text{ K}$).

Le modèle adopté est capable de déterminer la vitesse de séchage du maïs et des divers produits (fruits, légumes, céréales, poissons etc...). Par rapport les autres modèles (modèles de transfert de combes, modèles de Troeger et Hukill [17], modèle de Kackru et Al [18,19] etc...), ce modèle ne peut pas limiter en un seul produit et sur les principaux paramètres physique de séchage. On démontre physiquement aussi que ce modèle peut utiliser dans cas d'un séchage en couche mince et en couche épaisse quelque soit la nature de l'écoulement d'air et quelque soit le sens de l'écoulement d'air par rapport au lit du produit.

5. Conclusion

Nous obtenons une autre expression de la vitesse de séchage de maïs en adoptant le modèle obtenu par l'analogie entre la vitesse de réaction chimique et la vitesse de séchage. Les spécificités de ce modèle de vitesse de séchage de maïs par rapport à l'autre modèle de la vitesse de séchage existant sont le semi empiricité, le paramétrage par rapport aux principaux paramètres de séchage mises en jeu. Nous avons même pu déduire l'expression de l'humidité absolue d'équilibre de maïs pour déterminer la courbe de l'isotherme de désorption en nous appuyant sur le modèle d'Henderson. Le modèle peut exploiter pour la modélisation de la cinétique de séchage des divers produits hygroscopiques et le produit non hygroscopiques. Effectivement, ces résultats ont servi à proposer la simulation numérique du principe de fonctionnement d'un système de séchage à multi usage [19,20] dans la région de Boina — Madagascar.

Remerciements

Je tiens remercier vivement à monsieur le Président de l'Université de Fianarantsoa — Madagascar d'avoir aidé à la recherche du financement. Je tiens aussi remercier vivement l'Agence Universitaire de la Francophonie et l'École Doctorale Interdisciplinaire de Madagascar (AUF-EDIM) soutient financièrement mon stage de recherche au sein du Laboratoire de Mathématique Et Physique des Système — Groupe de Mécanique Énergétique (MEPS - GME) de l'Université de Perpignan Via Domitia - France pour réaliser ce travaux. Et le Laboratoire MEPS — GME accepté de m'accueillir dans son groupe.

Références

- [1] - M. Kouhila, N. Kechaou, M. Otamani, M. Fliyou and S. Lahsasni, "Experimental study of sorption isotherms and drying kinetics of Moroccan Eucalyptus", globulus. *Drying Technology*, Vol. 20 (2002). 2027-2039.
- [2] - A. Talla, Y. Jannot, G. Nkeng and J. Puiggali, "Desorption isotherms of tropical foodstuff. Application to banana, mango and pineapple", À paraître *Drying Technology* (2004).
- [3] - A. Talla, J. Puiggali, W. Jomaa and Y. Jannot, "Shrinkage and density evolution during drying of tropical fruits. Application to banana". *Journal of Food Engineering*, Vol. 64(2004) 103-109.
- [4] - A. TALLA, Y. Jannot., G. Nkeng and J. Puiggali (2004). Desorption isotherms of tropical. foodstuff. Application to banana, mango and pineapple. À paraître (*Drying Technology*).
- [5] - Y. Jannot, A. Talla., J. Nganhon and J. Puiggali (2004). Modelling of banana convective drying by the Drying Characteristic Curve (DCC) method. À paraître (*Drying Technology*).
- [6] - Y. Jannot, J. Batsale, C. Ahouannou, A. Kanmogne and A. Talla Measurement errors processing by covariance analysis for an improved estimation of drying curve characteristic parameters, *Drying Technology*, Vol. 20 (2002)N° 9 :1919-1939.
- [7] - A. B. O. RAMAMONJISOA, « Contribution au développement de séchoir à chauffage partiellement solaire à la Réunion mise au point d'un dispositif de mesure de vitesse de séchage en couche mince et code de calcul d'abaque de dimensionnement », thèse de Doctorat de l'Université de la Réunion — France (1993), p. 71-73.
- [8] - A. B. O. RAMAMONJISOA, «Élaboration d'un logiciel interactif pour le dimensionnement et le diagnostic énergétique de séchoirs à chauffage partiellement solaire ». Thèse d'Etat à l'Université d'Antananarivo. (1997), p. 91-93.
- [9] - J. D. DAUDIN, « Modélisation d'un séchoir à partir des cinétiques expérimentales de séchage », Thèse de Docteur — Ingénieur, ENSIA, Massy (1982).
- [10] - J. C CHARPENTER, Génie des procédés, J1 à J4 Génie des procédés chimiques (Les techniques de l'Ingénieur).
- [11] - M. Daguenet (1985). Les séchoirs solaires : théorie et pratique. UNESCO.
- [12] - B. Coulibaly, M. Fournier and M. Amouroux (1992). Optimisation de la commande d'un séchoir solaire à bois. *Journal. Physic*. Vol 4 : 705.

- [13] - H. El—Salman (1989). Mesure de la vitesse de quelques produits et
- [14] - A. Lamharrar, M. Kouhila, A. Idlimam, A. Jamali et N. Kechaou (2005). Séchage convectif en couches minces des feuilles d'absinthe (*Artemisia arborescens*). 12èmes Journées Internationales de Thermique à Tanger Maroc.
- [15] - S. Henderson (1952). A basic concept of equilibrium moisture. *Agric. Eng.* Vol. 33: 29—32.
- [16] - T. Thompson, R. Peart and G. Foster, “Mathematical simulation of corn drying”, A new Model Paper, N° 67 (1968) 313.
- [17] - M. Troeger and W. Hukill, “Mathematical description of the drying rate of fully exposed corn”, ASAE Paper N° 70(1970) 324.
- [18] - R. Kachru and R. Matthes (1976). Kinetics of batch drying of deep-bed rough rice using dimensional analysis. *Cereal Chemistry*: 53-61.
- [19] - [19R. Kachru and R. Zomorrodian, “Determination of thick-layer drying coefficients for rough rice”, *Journal of food science and technology*, Vol 22 (1985).