Afrique SCIENCE *02(1) (2006) 13 - 21*
ISSN 1813-548X

La symétrie BRST jaugée de la gravitation quantique non symétrique

Maireche ABDELMADJID[1,*] et Mebarki NOREDDINE[2]

[1]Département de physique, Université de M'sila, B.P.166 - 28003 Chebilia M'sila, Algérie
[2]Département de physique, Université de Constantine, Constantine, Algérie

(Reçu le 18 Octobre 2005, accepté le 17 Janvier 2006)

* Correspondance, courriel : *abmaireche@yahoo.fr*

Résumé

L'opérateur courant local BRST (C. **B**ecchi, A. **R**oué and R. **S**tora **T**ransformations) de Noether dans la théorie de la gravitation non symétrique quantique (QNGT) a été construit et l'action invariante correspondante a été établie.

Mots-clés : *gravitation non symétrique, gravitation quantique, symétrie difféomorphisme, nombre du ghost, connection affine, courant de Noether, identité de Bianchi, symétrie globale*

Abstract

Gauged quantum nonsymmetric gravity theory (QNGT) BRST symmetry

A local BRST (C. **B**ecchi, A. **R**oué and R. **S**tora **T**ransformations) Noether current operator is constructed in quantum nonsymmetric gravity theory (QNGT) and the corresponding invariant action is established.

Keywords : *nonsymmetric gravitation theory, quantum gravity, diffeomorphism symmetry, ghost number, affine connection, Noether current, Bianchi identity, global symmetry*

1. Introduction

Malgré la relativité générale (GR) une théorie qui a eu beaucoup de succès à l'échelle macroscopique, il y a des données expérimentales de certains phénomènes physiques qui restent inexplicables. Comme un bon exemple, on cite l'éclipse des étoiles binaires non dégénérées où les résultats expérimentaux sont en désaccord avec les prédictions de la relativité générale [1].

D'un autre coté, la physique des particules élémentaires est la base de tous les phénomènes naturels autre que la gravitation et il est bien établi que cette physique est décrite par une théorie quantique des champs consistante. Donc, on dispose de deux théories fondamentales, la théorie quantique des champs et la relativité générale.

Cependant, ces deux théories ont des structures différentes. La première est une théorie quantique basée sur un espace-temps de Minkowski, par contre la deuxième est une théorie classique avec une métrique $g_{\mu\nu}$ qui est une quantité dynamique dépendante de la géométrie de l'espace-temps. Donc, il apparaît inadéquat d'isoler la gravitation dans la nature et la physique des particules élémentaires devrait être élargie de telle sorte qu'elle puisse inclure la gravitation.

Malheureusement, toute tentative de quantification de la relativité générale a échoué. La raison est que les divergences provenant dans le calcul perturbatif d'ordre supérieur étaient incontrôlables et par conséquent la théorie est non renormalisable. En d'autres termes, il y a une présence des anomalies gravitationnelles liées à la brisure de la symétrie classique de la théorie.

Conceptuellement, la présence des anomalies montre l'incompatibilité de la relativité générale avec la procédure de quantification. Une alternative d'essayer de résoudre ce problème est d'élargir le groupe de symétrie de cette théorie (à l'échelle classique) pour pouvoir absorber les différentes anomalies et probablement construire une théorie de la gravitation consistante. Donc une théorie généralisée était nécessaire.

Einstein a été le premier à généraliser sa propre théorie dans l'esprit d'unifier la gravitation avec l'électromagnétisme où la partie antisymétrique de la métrique était identifiée avec le tenseur électromagnétique $F_{\mu\nu}$. Malgré l'essai d'Einstein, l'unification n'a pas eu de succès, ses successeurs étaient convaincus qu'il y a une part de vérité dans cette généralisation. En se basant sur l'idée d'Einstein, Moffat [1-4] a construit une nouvelle théorie de la gravitation où les composantes antisymétriques du tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ font partie de la gravitation elle même. Cette théorie est appelée la gravitation nonsymétrique (NGT) [2-7]. Il est à noter que toutes les prédictions de NGT sont consistantes avec les tests gravitationnels du système solaire.

Le but de ce travail est d'étudier la symétrie BRST (C. **B**ecchi, A. **R**oué et R. **S**tora **T**ransformations) [8] locale et construire l'opérateur BRST correspondant à l'action invariante et finalement en tirer une conclusion.

2. La symétrie BRST jaugée

Le point de départ de la construction d'un opérateur local BRST Q_{loc} local correspondant à la symétrie de $GL(4,R)\otimes$ difféomorphisme est la dilatation des ghosts par un facteur échelle $\Lambda(x)$ qui dépend du difféomorphisme et joue le rôle d'un ghost scalaire associé avec un paramètre de jauge de la symétrie locale résultante. Les redéfinitions des champs de cette manière est faite de sorte à rendre ses transformations sous Q_{loc} linéaires en $\Lambda(x)$. Pour pouvoir réaliser cette construction, soit $\omega^{ab} = \omega^{ab}_{\mu} dx^{\mu}$ et $e^{a} = e^{a}_{\mu} dx^{\mu}$ la connection de spin et le Vierbein respectivement, on rappelle que dans NGT la connection de spin ω^{ab} satisfait la condition suivante [9,10]:

$$\widetilde{\omega}^{ab} = -\omega^{ba} \qquad (2.1)$$

Les champs R^{ab} et T^{a} correspondants à ω^{ab} et e^{a} respectivement sont :

$$R^{ab} = d\omega^{ab} + \omega^{ac}\omega^{cb} \qquad (2.2)$$

et

$$T^{a} = de^{a} + \omega^{ab}e^{b} \qquad (2.3)$$

Satisfont l'identité de Bianchi [11] :

$$\mathrm{D}R = 0 \qquad (2.4)$$

et

$$\mathrm{D}T = [R,e] \qquad (2.5)$$

respectivement où $\mathrm{D} = d\,\cdot + [\omega,\cdot]$ est la dérivée covariante et $d = dx^{\mu}\partial_{\mu}$.

L'opérateur BRST de la symétrie *GL (4, R)* $\otimes$ difféomorphisme peut être construit géométriquement. Pour ce faire, en suivant la référence [9] on trouve que :

$$\begin{aligned}
Q\widetilde{e}^{a} &= L_{\Omega}\widetilde{e}^{a} - \theta^{a}_{b}\widetilde{e}^{b} \\
Q\omega^{ab} &= L_{\Omega}\omega^{ab} - d\theta^{ab} - \omega^{ac}\theta^{cb} - \theta^{ac}\theta_{c}^{\ b} \\
Q\Omega^{\mu} &= \Omega^{\nu}\partial_{\nu}\Omega^{\mu} \\
Q\theta^{ab} &= \theta^{a}{}_{c}\theta^{cb} \\
QS^{ab} &= 0 \\
QB^{\mu} &= 0 \\
Q\overline{\Omega}^{\mu} &= 0 \\
Q\overline{\theta}^{ab} &= S^{ab}
\end{aligned} \qquad (2.6)$$

où $L_{\Omega} = [\iota_{\Omega}, d]$ est la dérivation de Lie le long du ghost de Faddeev-Popov (FP) généralisé et Ω^{μ} correspondant à la symétrie liée au difféomorphisme et tel que :

$$\Omega^{\mu} = \omega^{\mu} + \tilde{\omega}^{\mu} \quad (2.7)$$

avec ω^{μ} le champ de ghost ordinaire et $\tilde{\omega}^{\mu}$ son conjugué complexe hyperbolique [8], ι_{Ω} est la soustraction des formes Ω^{μ} et θ^{ab} le champ de ghost 0 - forme correspondant à la symétrie liée au groupe $GL(4,R)$ et vérifiant la propriété :

$$\theta^{ab} = \tilde{\theta}^{ba} \quad (2.8)$$

Il est à noter que tous ces ghosts ont le même nombre de ghost+1. Ici $\overline{\Omega}^{\mu}$ (respectivement $\overline{\theta}^{ab}$) et B^{μ} (respectivement S^{ab}) dénotent l'anti-ghost et le champ auxiliaire reliés aux transformations des coordonnées générales (respectivement locales).

L'opérateur BRST Q peut être vu d'abord comme définissant une symétrie globale :

$$\delta_{\varepsilon}\Phi = \varepsilon Q\Phi \quad (2.9)$$

où Φ dénote e_{μ}^{a} ou ω^{ab} et ε un paramètre scalaire anticommutant indépendant de l'espace-temps. A cause de la nilpotence de l'opérateur Q , δ_{ε} satisfait :

$$\left[\delta_{\varepsilon_1}, \delta_{\varepsilon_2}\right] = 0 \quad (2.10)$$

La *transformation (2.9)* peut devenir locale en supposant que ε est une fonction des coordonnées x. Donc, les transformations locales prennent la forme [10] :

$$\delta_{\varepsilon(x)}^{loc}\Phi = \varepsilon(x) Q\Phi + \Delta\Phi \quad (2.11)$$

où le terme local $\Delta\Phi$ doit être déterminé de telle sorte que les transformations locales *(2.11)* soient fermées. Pour obtenir la propriété de fermeture, on transforme l'*équation (2.5)* en une algèbre différentielle :

$$\begin{aligned} &\delta_{\varepsilon(x)}^{loc} \to Q_{loc} \\ &\varepsilon(x) \to \Lambda(x) \end{aligned} \quad (2.12)$$

où $\Lambda(x)$ est un 0-forme ghost scalaire commutant associé à $\varepsilon(x)$, et a comme nombre de ghost 0. Pour construire l'opérateur BRST Q_{loc} local, on dilate les ghosts de Faddeev-Popov $\Omega^{\mu} \to \Lambda\Omega^{\mu}$ et $\theta^{ab} \to \Lambda\theta^{ab}$ tel que :

$$\begin{aligned} &Q_{loc}\left(\Lambda\Omega^{\mu}\right) = \Lambda\Omega^{\nu}\partial_{\nu}\left(\Lambda\Omega^{\mu}\right) \\ &Q_{loc}\left(\Lambda\theta^{ab}\right) = L_{\Lambda\Omega}\left(\Lambda\theta^{ab}\right) - \Lambda^{2}\theta^{a}{}_{c}\theta^{cb} \quad \ldots\ldots \end{aligned} \quad (2.13)$$

Et puis, introduire un champ de jauge externe $\alpha = \alpha_\mu dx^\mu$ avec un nombre de ghost -1. Soit le champ $\Gamma = d\alpha$ qui satisfait l'identité :

$$d\Gamma = 0 \qquad (2.14)$$

On peut poser :

$$\widetilde{\Gamma} = \widetilde{d}\widetilde{\alpha} \qquad (2.15)$$

où

$$\widetilde{\alpha} = \alpha + \Lambda + i_{\Lambda\Omega_\sigma} \qquad (2.16)$$

et

$$\widetilde{d} = d + Q_{loc} \qquad (2.17)$$

En utilisant la méthode de la référence [12], la condition d'horizontalité peut être écrite sous la forme :

$$\widetilde{\Gamma} = \exp(i_{\Lambda\Omega})\Gamma \qquad (2.18)$$

L'identification des membres à gauche et à droite par rapport au nombre de ghost et le dégrée des formes implique que :

$$Q_{loc}\alpha = -d\Lambda + L_{\Lambda\Omega}\alpha \qquad (2.19)$$

et

$$Q_{loc}\Lambda = L_{\Lambda\Omega}\Lambda \qquad (2.20)$$

Puis en utilisant la *relation(2.2)* on trouve :

$$\begin{aligned}
&Q_{loc}\Omega^\mu = \Lambda\Omega^\nu\partial_\nu\Omega^\mu \\
&Q_{loc}\theta^{ab} = \Lambda\Omega^\nu\partial_\nu\theta^{ab} - \Lambda\theta^a{}_c\theta^{cb} \\
&Q_{loc}S^{ab} = 0 \\
&Q_{loc}B^\mu = 0 \\
&Q_{loc}\overline{\Omega}^\mu = B^\mu \\
&Q_{loc}\overline{\theta}^{ab} = S^{ab} \\
&Q_{loc}\Lambda = \Lambda\Omega^\nu\partial_\nu\Lambda \\
&Q_{loc}\alpha_\mu = -\partial_\mu\Lambda + \Lambda\Omega^\nu\partial_\nu\alpha_\mu + \partial_\mu\left(\Lambda\Omega^\nu\right)\alpha_\nu
\end{aligned} \qquad (2.21)$$

et

$$\begin{aligned}
&Q_{loc.}\widetilde{e}^a_\mu = \Lambda\Omega^\nu\partial_\nu\widetilde{e}^a_\mu + \partial_\mu\left(\Lambda\Omega^\nu\right)\widetilde{e}^a_\nu - \Lambda\theta^a_b\widetilde{e}^b_\mu \\
&Q_{loc.}\overline{\widetilde{e}}^a_\mu = \Lambda\Omega^\nu\partial_\nu\overline{\widetilde{e}}^a_\mu + \partial_\mu\left(\Lambda\Omega^\nu\right)\overline{\widetilde{e}}^a_\nu - \Lambda\theta^a_b\overline{\widetilde{e}}^b_\mu \\
&Q_{loc.}\hat{\omega}^{ab}_\mu = \Lambda\Omega^\nu\partial_\nu\hat{\omega}^{ab}_\mu + \partial_\mu\left(\Lambda\Omega^\nu\right)\hat{\omega}^{ab}_\nu + \partial_\mu\left(\Lambda\theta^{ab}\right) + \Lambda\hat{\omega}^{ab}_\mu\theta^{cb} - \Lambda\theta^{ac}\hat{\omega}^{cb}_\mu
\end{aligned} \qquad (2.22)$$

où les nouveaux champs e^a et $\hat{\omega}^{ab}$ correspondent à l'algèbre locale.

Maintenant, l'étape cruciale de cette construction est la redéfinition des champs de telle sorte à rendre leurs transformations par rapport à Q_{loc} linéaires en Λ. Les redéfinitions des champs cherchées sont :

$$\begin{aligned} e_\mu^a &= \tilde{e}_\mu^a + \alpha_\mu\left[1 + \Omega^\nu\alpha_\nu + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^2 + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^3\right]\left(\Omega^\sigma\tilde{e}_\sigma^a\right) \\ \omega_\mu^{ab} &= \hat{\omega}_\mu^{ab} + \alpha_\mu\left[1 + \Omega^\nu\alpha_\nu + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^2 + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^3\right]\left(\theta^{ab} + \Omega^\sigma\hat{\omega}_\sigma^{ab}\right) \ldots \end{aligned} \quad ..(2.23)$$

De *l'algèbre (2.21)* on obtient :

$$\left|\begin{aligned} Q_{loc}e_\mu^a &= \Lambda\left\{\Omega^\nu\partial_\nu e_\mu^a + \partial_\mu\left(\Lambda\Omega^\nu\right)e_\nu^a - \Lambda\theta^{ab}e_\mu^b + \alpha_\mu\left[1+\Omega^\nu\alpha_\nu + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^2 + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^3\right]\Omega^\sigma\left(\partial_\sigma\Omega^\rho\right)e_\rho^a\right\} \\ Q_{loc}\tilde{e}_\mu^a &= \Lambda\left\{\Omega^\nu\partial_\nu\tilde{e}_\mu^a + \partial_\mu\left(\Lambda\Omega^\nu\right)\tilde{e}_\nu^a - \Lambda\theta^{ab}\tilde{e}_\mu^b + \alpha_\mu\left[1+\Omega^\nu\alpha_\nu + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^2 + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^3\right]\Omega^\sigma\left(\partial_\sigma\Omega^\rho\right)\tilde{e}_\rho^a\right\} \end{aligned}\right\rangle \ldots(2.24)$$

et

$$\begin{aligned} Q_{loc}\omega^{ab}{}_\mu = \; & \Lambda\{\Omega^\nu\left(\partial_\nu\omega^{ab}{}_\mu\right) + \left(\partial_\mu\Omega^\nu\right)\omega^{ab}{}_\nu + \omega^{ab}{}_\mu\theta^{cb} - \theta^{ac}\omega^{cb}{}_\mu + \partial_\mu\theta^{ab} + \\ & + \alpha_\mu\left[1+\Omega^\nu\alpha_\nu + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^2 + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^3\right]\left[\Omega^\rho\left(\partial_\rho\Omega^\nu\right)\omega^{ab}{}_\nu + \Omega^\rho\left(\partial_\rho\theta^{ab}\right) - \theta^{ac}\theta^{cb}\right]\} \end{aligned} \quad ....(2.25)$$

où l'ensemble des équations :

$$\begin{aligned} \tilde{e}_\mu^a &= e_\mu^a - \alpha_\mu\left(\Omega^\sigma e_\sigma^a\right) \\ \hat{\tilde{e}}_\mu^a &= \tilde{e}_\mu^a - \alpha_\mu\left(\Omega^\sigma\tilde{e}_\sigma^a\right) \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots(2.26)$$

et

$$\begin{aligned} \hat{\omega}^{ab}{}_\mu &= \omega^{ab}{}_\mu - \alpha_\mu\left(\theta^{ab} + \Omega^\nu\partial_\nu\omega^{ab}\right) \\ \hat{e}^{a\mu} &= e^{a\mu} + \alpha_\rho\left[1 + \Omega^\nu\alpha_\nu + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^2 + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^3\right]e^{a\rho} \\ \hat{\tilde{e}}^{a\mu} &= \tilde{e}^{a\mu} + \alpha_\rho\left[1 + \Omega^\nu\alpha_\nu + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^2 + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^3\right]\tilde{e}^{a\rho} \\ \sqrt{-\hat{g}} &= \left[1 + \Omega^\nu\alpha_\nu + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^2 + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^3 + \left(\Omega^\nu\alpha_\nu\right)^4\right]\sqrt{-g} \ldots \end{aligned} \quad (2.27)$$

ont été utilisées pour obtenir les é*quations (2.22)*. Les deux ensembles des *équations (2.21), (2.24) et (2.25)* constituent l'algèbre locale. Notons que, par construction, cette algèbre est isomorphe à l'algèbre globale, donc la propriété de nilpotence de Q_{loc} est automatiquement garantie :

$$Q_{loc}^2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.28)$$

En plus, si on pose $\alpha = 0$ et $\Lambda = 1$, Q_{loc} se réduit à Q ordinaire. L'avantage de cette construction consiste à l'obtention de l'action et courant locaux.

En effet, comme il a été montré dans les références [10] et [13,14], l'action de la gravitation quantique non symétrique (QNGT) S ^{QNGT} invariante par rapport aux transformations BRST reliées à la symétrie *GL (4, R)* $^{\otimes}$ difféomorphisme est donnée par :

$$S_{QNGT} = S_{QNGT}\left(e^a_\mu, \tilde{e}^a_\mu, \left(\omega_\mu\right)^a_b, \Omega^\mu, \overline{\Omega}^\mu, B^\mu, \theta^a_b, \overline{\theta}^a_b, S^a_b\right)$$

$$\ldots\ldots\ldots = \int d^4x \ell_{QNGT} \qquad \textbf{(2.29)}$$

avec

$$\ell_{QNGT} = \ell_{cl} + \ell_{GF} + \ell_{FP} + \ell_{LGF} + \ell_{LFP} \ldots\ldots\ldots (2.30)$$

où

$$\left.\begin{array}{l}
\ell_{cl} = \left(e\tilde{e}\right)^{1/2}\left\{e^\mu_a \tilde{e}^{\nu c}\left[R_{\mu\nu}(\omega)\right]^a_c - 2\tilde{\Lambda} - \frac{1}{8}\mu^2 e^\mu_a \tilde{e}^{\nu a}\left[\tilde{e}^b_\mu e_{\nu b} - e^b_\mu \tilde{e}_{\nu b}\right] + \frac{1}{4}\sigma\left[e^\mu_a \tilde{e}^{\nu a} + \tilde{e}^\mu_a e^{\nu a}\right] W_\mu W_\nu\right\} \\
\ell_{FP} = \left(e\tilde{e}\right)^{1/2}\left[\left(e^\mu_a \tilde{e}^{\nu\rho}\partial_\nu \Omega^\mu + e^\mu_a \tilde{e}^{\nu\rho}\partial_\mu \Omega^\nu\right)\left(\partial_\mu \overline{\Omega}_\nu + \partial_\nu \overline{\Omega}_\mu\right) + \frac{1}{2}\left(e^\mu_a \tilde{e}^{\nu a} + \tilde{e}^\mu_a e^{\nu a}\right)\left(\partial_\mu \Omega^\sigma \partial_\sigma \overline{\Omega}_\nu + \partial_\nu \Omega^\sigma \partial_\sigma \overline{\Omega}_\mu\right)\right] \\
\ell_{GF} = \left(e\tilde{e}\right)^{1/2} e^\mu_a \tilde{e}^{\nu\rho}\left(\partial_\mu B_\nu + \partial_\nu B_\mu\right)) \\
\ell_{LGF} = \left(e\tilde{e}\right)^{1/2} e^\mu_a \tilde{e}^{\nu\rho}\left[\left(\omega_\mu\right)^a{}_b \partial_\nu S^b_a - \left(\omega_\mu\right)_a{}^b \partial_\nu S^b_a\right] \\
\ell_{LFP} = \left(e\tilde{e}\right)^{1/2}\left\{\left[\partial_\mu \theta^{ab} + \left(\omega_\mu\right)^a{}_c \theta^{cb} - \left(\omega_\varpi\right)^b{}_d \theta^{ad}\right]\partial_\nu \overline{\theta}_{ab} + \left[\partial_\mu \theta^{ab} - \left(\omega_\mu\right)_c{}^a \theta^{cb} + \left(\omega_\mu\right)_d{}^b \theta^{bd}\right]\partial_\nu \overline{\theta}^{ab}\right\}
\end{array}\right\rangle \ldots (2.31)$$

Des calculs directs donnent pour le courant de Noether J^ρ_{QNGT} l'expression suivante :

$$J^\rho_{QNGT} = \sum_{i=1}^{4} I^\sigma_i \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \textbf{(2.32)}$$

où $W_\mu = \frac{1}{2}\left(W^\nu_{\mu\nu} - W^\mu_{\nu\mu}\right)$, et $W^\lambda_{\mu\nu}$ donné par [4] :

$$W^\lambda_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \frac{2}{3}\delta^\lambda_\mu W_\nu \ldots\ldots\ldots (2.33)$$

$$\left.\begin{aligned}
&I_1^\sigma = (\Sigma_1)^b_\beta \sqrt{e\tilde{e}}\,\frac{1}{8}\left(e^\mu_a \tilde{e}^{\nu a} + \tilde{e}^\mu_a e^{\nu a}\right)\left[e^\alpha_d \delta^d_b\left(\delta^\sigma_\alpha \delta^\beta_\nu - \delta^\sigma_\nu \delta^\beta_\alpha\right)W_\mu + e^\alpha_d \delta^d_b\left(\delta^\sigma_\alpha \delta^\beta_\nu - \delta^\sigma_\nu \delta^\beta_\alpha\right)W_\nu\right]\\
&I_2^\sigma = (\Sigma_2)^b_{\gamma d} \sqrt{e\tilde{e}}\, e^\mu_a \tilde{e}^{\nu c} \delta^a_b \delta^d_c \left[\delta^\sigma_\mu \delta^\gamma_\nu - \delta^\sigma_\nu \delta^\gamma_\mu\right]\\
&I_3^\sigma = (\Sigma_3)^\beta \sqrt{e\tilde{e}}\left[\delta^\sigma_\rho\left(\partial_\mu \overline{\Omega}_\nu + \partial_\nu \overline{\Omega}_\mu\right)\left(g^{\nu\rho}\delta^\gamma_\nu + g^{\mu\rho}\delta^\nu_\beta\right) + \frac{1}{2}\left(e^\mu_a \tilde{e}^{\nu a} + \tilde{e}^\nu_a e^{\mu d}\right)\delta^\sigma_\beta\left(\partial_\sigma \overline{\Omega}_\nu \delta^\sigma_\mu + \partial_\alpha \overline{\Omega}_\mu \delta^\sigma_\nu\right)\right]\\
&I_4^\sigma = (\Sigma_4)^{ab} \sqrt{e\tilde{e}}\, e^\mu_c \tilde{e}^{\nu c} \delta^\sigma_\rho \partial_\nu\left(\overline{\theta}_{ab} + \overline{\overline{\theta}}_{ab}\right)
\end{aligned}\right\rangle \ldots(2.34)$$

avec

$$\begin{aligned}
&(\Sigma_1)^b{}_\beta = \Omega^\nu \partial_\nu e^b{}_\beta + \left(\partial_\beta \Omega^\nu\right) e^b{}_\nu - \theta^a{}_b e^b{}_\beta\\
&(\Sigma_2)^b_{\gamma d} = \Omega^\nu \partial_\nu \left(\omega_\gamma\right)^b_d + \left(\partial_\gamma \Omega^\nu\right)\left(\omega_\nu\right)^b_d + \partial_\gamma \theta^b{}_d + \left(\omega_\gamma\right)^b_c \theta^c{}_d - \theta^b{}_c \left(\omega_\gamma\right)^c_d \ldots\ldots\ldots\ldots(2.35)\\
&(\Sigma_3)^\beta = \Omega^\nu \partial_\nu \Omega^\beta
\end{aligned}$$

et

$$(\Sigma_4)^{ab} = \Omega^\nu \partial_\nu \theta^{ab} - \theta^a{}_c \theta^{cb} \quad \ldots\ldots\ \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots(2.36)$$

Maintenant, des *algèbres (2.21) et (2.22*, l'action de QNGT locale (jaugée) S_{QNGT} peut être écrite sous la forme :

$$S_{GQNGT} = S_{GQNGT}\left(e^a_\mu, \tilde{e}^a_\mu, \left(\hat{\omega}_\mu\right)^a_b, \Omega^\mu, \overline{\Omega}^\mu, B^\mu, \theta^a_b, \overline{\theta}^a_b, S^a_b\right) \ldots\ldots\ldots\ldots(2.37)$$

et le courant de Noether correspondant J_{GQNGT} a comme expression :

$$J^\sigma_{\mathrm{GQNGT}} = \left(\frac{\delta S_{\mathrm{GQNGT}}}{\delta \alpha_\rho}\right)_{\alpha=0} = J^\sigma_{\mathrm{QNGT}} + \partial_\mu\left[\left(e^\rho_a \tilde{e}^{\mu b} + e^\mu_a \tilde{e}^{b\sigma}\right)\left(\theta^a_b + \Omega^\nu\left(\omega_\nu\right)^a_b\right)\right] \ldots\ldots\ldots\ldots(2.38)$$

Remarquons que, puisque le dernier terme dans *l'équation (2.38)* est une dérivée totale, il n'a aucun effet sur le calcul du courant de Noether local. Donc, de cette façon on a construit un opérateur courant BRST et son action invariante correspondante. On a montré donc que cette construction permet d'obtenir le courant de Noether par une simple dérivation et que les algèbres locale et globale sont isomorphes.

3. Conclusion

A travers ce travail, l'opérateur courant de Noether lié aux transformations BRST locales de TGNQ a été construit et l'action invariante correspondante a été établie. Ceci ayant eu pour but de corriger certains points incompréhensibles concernant les champs.

Références

[1] - J. W. Moffat, *J. Math. Phys.*, 29 (1988) 1655
[2] - J. W. Moffat, *J. Math. Phys.*, 21 (1980) 1798
[3] - J. W. Moffat, *Phys Rev. D19*, (1979) 3554
[4] - J. W. Moffat, *Phys Rev. D35*, (1987) 3733
[5] - RAGUSA, S. "Conservation laws in a metric nonsymmetric theory of gravitation", *Braz. J. Phys.*, Vol.35, N°4a (Dec. 2005) pp.1020-1027, ISSN 0103-9733
[6] - J. W. Moffat, *Phys. Lett.,* B355 (1995) 761
[7] - [7]- J. W. Moffat, *J. Math. Phys.*, 36 (1995) 3722
[8] - C. Becchi, A. Roué and R. Stora, *Ann- Phys. N. Y.,* 98 (1976) 287
[9] - K. Ait Moussa, N. Mebarki, *Acta phys. pol. B23*, (1992) 1195
[10] - N. Mebarki, A. Benslama, A. Boudine and A. Maireche. *Physica scripta*, 55 (1997) 12-18
[11] - Giovanni Landi "An introduction to Noncommutative Spaces and Their Geometries", Ed. Springer (1997)
[12] - [12]-L. Baulieu, A. Bellon, *Nucl. Phys.*,B266, (1986) 75
[13] - N. Mebarki, A. Maireche, "Quantum nonsymmetric gravity and the superfiber bundle formalism", *Bulg. J. Phys.*, Vol.28, N°1/2 (2001) 1-14
[14] - N. Mebarki, A. Maireche, "Quantum Nonsymmetric Gravity and the Superfiber Bundle Formalism", *Bulg. J. Phys.*, Vol.26, N°1/2 (2001) 97-108